الموضوع رقم : 08

التمرين الأول:

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

1. f دالة معرفة كما يأتي: $f(x)=x+1+2[\ln x-\ln(x-1)]$.
   - f دالة معرفة على $]0;1[\cup]1;+\infty[$.
   - $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.
   - منحني f يقبل المستقيم ذو المعادلة $y=x+1$ كمستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.
2. f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=x+\dfrac{2\ln x}{x}$.
   - f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ و إشارة $f'(x)$ هي عكس إشارة $g(x)=x^2+2-2\ln x$
   - على $]0;+\infty[$ إشارة g' هي من نفس إشارة x^2-1 .
   - على $]0;+\infty[$ الدالة g تقبل قيمة حدية عظمى تساوي3.
   - الدالة f متناقصة تماما على $]0;+\infty[$.

التمرين الثاني:

(U_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $U_3=24$ و $U_5=96$.

1. اكتب عبارة U_n بدلالة n.
2. احسب بدلالة n المجموع : $S_n=U_0+U_1+....+U_n$.
3. عين قيمة n التي يكون من أجلها المجموع : $S_n=381$.
4. نضع : $P_n=U_1\times U_2\times...\times U_n$. احسب P_n بدلالة n.

التمرين الثالث:

عين كل الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الحقيقية التي تحقق: $\begin{cases} x^2+2y=16 \\ \ln\left(\dfrac{x}{y}\right)=-\ln(3) \end{cases}$.

التمرين الرابع:

أ) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=\dfrac{1}{x}-\ln x$ و ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O;I,J)$.

1. عين نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن $1<\alpha<2$.

4. ليكن (Δ) مماس المنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 1.

*عين معادلة للمماس (Δ) و أكتبها على الشكل: $y = ax + b$.

*أدرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـِ $g(x) = f(x) - (ax + b)$.

*استنتج وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المماس (Δ).

5. ارسم كلا من المماس (Δ) و المنحني (C).

6. بين أن الدالة: $x \to x\ln(x) - x + k$ $(k \in \mathbb{R})$ هي دالة أصلية للدالة $x \to \ln(x)$ على $]0;+\infty[$.

7. احسب بدلالة α، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C)، محور الفواصل

و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = \alpha$. ثم بين أن: $A(\alpha) = \dfrac{(\alpha - 1)^2}{\alpha}$ $u.a$.